4.- ¿Qué dice el teorema de Gödel[1]? ¿Demuestra que la verdad es inalcanzable?

Desde los tiempos de Euclides, hace ya dos mil doscientos años, los matemáticos han intentado partir de ciertos enunciados llamados “axiomas” y deducir luego de ellos toda clase de conclusiones útiles.

En ciertos aspectos es casi como un juego, con dos reglas. En primer lugar, los axiomas tienen que ser los menos posibles. En segundo lugar, los axiomas tienen que ser consistentes. Tiene que ser imposible deducir dos conclusiones que se contradigan mutuamente.

Cualquier libro de geometría de bachillerato comienza con un conjunto de axiomas:

- por dos puntos cualesquiera sólo se puede trazar una recta
- el total es la suma de las partes, etc.

Durante mucho tiempo se supuso que los axiomas de Euclides eran los únicos que podían constituir una geometría consistente y que por eso eran “verdaderos”.

Pero en el siglo XIX se demostró que modificando de cierta manera los axiomas de Euclides se podían construir geometrías diferentes, “no euclidianas”. Cada una de estas geometrías difería de las otras, pero todas ellas eran consistentes. A partir de entonces no tenía ya sentido preguntar cuál de ellas era “verdadera”. En lugar, de ello había que preguntar cuál era útil.

---

[1] Kurt Freidrich Gödel nació el 28 de de abril de 1906 en Brünn, Moravia (Austria- Hungría, en el día de hoy República Checa). Su padre, Rudolph, fue un diligente e inventivo propietario de una fábrica textil. Su madre, Marianne, fue una cariñosa madre de familia que había recibido una extensa educación literaria en Francia. La familia Gödel era económicamente acomodada y el joven Kurt pudo dedicar todas sus energías al estudio, ya que no era necesario colaborar a la financiación familiar. Sobresalió en el trabajo escolar. Su primer interés académico fue la Lingüística, pero más tarde acudió a las Matemáticas ya que era más fácil para él estudiarlas por su cuenta, una vez agotados los recursos que le ofrecía la escuela.

Ingresó en la Universidad de Viena en 1924 planeando estudiar Física Teórica. Hacia 1926 su atención volvió a las Matemáticas y se produjo su unión a lo que más tarde fue conocido como el Círculo de Viena, un grupo de matemáticos que fundó la escuela filosófica conocida como Positivismo Lógico. Gödel estuvo asociado con este grupo durante muchos años. La principal premisa del Círculo de Viena era que lo que no es verificable empíricamente no tiene sentido. La antítesis de esta filosofía es la especulación metafísica, ya que nada puede ser probado o refutado con algún grado de certidumbre dentro del sistema metafísico. Gödel se fue interesando progresivamente en Teoría de Números y, después, en Lógica Matemática durante estos años.

En 1930, Gödel se doctoró en Matemáticas dirigido por H. Hahn, un notable matemático miembro del Círculo de Viena. A partir de aquí comienza Gödel a trabajar en sus más importantes teorías sobre la completitud de sistemas formales. Viajó a los Estados Unidos dando un ciclo de conferencias y se encontró por primera vez con Albert Einstein en 1933. Dedicó alguno de los años siguientes al estudio de problemas de Física y de Psicología. Durante esta época tuvo que ser ingresado varias veces en hospitales por problemas de salud.

Gödel se casó con Adele Porkert en 1938 y decidieron trasladarse definitivamente a los Estados Unidos en 1940. Se asentaron en Princeton, New Jersey, donde residieron hasta el final de sus vidas.

Llegó a ser un gran amigo de Einstein, y trabajaron juntos los aspectos filosóficos y matemáticos de la Teoría General de la Relatividad. Gödel incluso trabajó con éxito en las ecuaciones del campo gravitatorio, encontrando soluciones sorprendentes. También dedicó gran parte de su tiempo al estudio del concepto de tiempo, publicando varios artículos y dando varias conferencias sobre el tema.

Recibió muchos homenajes importantes durante su vida. Fue nombrado doctor honorario en Literatura por la Universidad de Yale en 1951. También fue doctor honorario en Ciencias por Harvard en 1952 con una mención que lo llamó "el descubridor de la verdad matemática más significativa del siglo". Fue elegido como miembro de la Academia Nacional de Ciencias en 1955 y de la Academia Americana de las Artes y Ciencias en 1957. En 1961 ingresó en la Sociedad Filosófica de América. En 1967, fue elegido miembro honorario de la Sociedad Matemática de Londres. Finalmente, en 1975, el presidente Ford le entregó la Medalla Nacional de las Ciencias. Batalló durante toda su vida contra sus problemas de salud física y mental. Confesó en 1969 que no era capaz de entender el trabajo de los nuevos lógicos; la enfermedad iba cobrando su peaje. Años más tarde, llegó a estar convencido que estaba siendo envenenado. Para evitar esto, dejó de comer y acabó muriendo por inanición el 14 de enero de 1978.

De hecho, son muchos los conjuntos de axiomas a partir de los cuales se podría construir un sistema matemático consistente: todos ellos distintos y todos ellos consistentes.

En ninguno de esos sistemas matemáticos tendría que ser posible deducir, a partir de sus axiomas, que algo es *a la vez* así y no así, porque entonces las matemáticas no serían consistentes, habría que desecharlas. ¿Pero qué ocurre si establecemos un enunciado y comprobamos que no podemos demostrar que es *o* así *o* no así?

Supongamos que digo: “El enunciado que estoy haciendo es falso.”

¿Es falso? Si es falso, entonces es falso que esté diciendo algo falso y tengo que estar diciendo algo verdadero. Pero si estoy diciendo algo verdadero, entonces es cierto que estoy diciendo algo falso y sería verdad que estoy diciendo algo falso. Podría estar yendo de un lado para otro indefinidamente. Es imposible demostrar que lo que he dicho es *o* así *o* no así.

Supongamos que ajustamos los axiomas de la lógica a fin de eliminar la posibilidad de hacer enunciados de ese tipo. ¿Podríamos encontrar otro modo de hacer enunciados del tipo “ni así ni no así”?

En 1931 el matemático austriaco Kurt Gödel presentó una demostración válida que para cualquier conjunto de axiomas siempre es posible hacer enunciados que, a partir de esos axiomas, no puede demostrarse ni que son así ni que no son así. En ese sentido, es imposible elaborar jamás un conjunto de axiomas a partir de los cuales se pueda deducir un sistema matemático *completo*.

¿Quiere decir esto que nunca podremos encontrar la “verdad”? ¡Ni hablar!

Primero: el que un sistema matemático no sea completo no quiere decir que lo que contiene sea “falso”. El sistema puede seguir siendo muy útil, siempre que no intentemos utilizarlo más allá de sus límites.

Segundo: el teorema de Gödel sólo se aplica a sistemas deductivos del tipo que se utiliza en matemáticas. Pero la deducción no es el único modo de descubrir la “verdad”. No hay axiomas que nos permitan deducir las dimensiones del sistema solar. Estas últimas fueron obtenidas mediante observaciones y medidas, otro camino hacia la “verdad”.